برآورد ارزش در معرض ریسک (VaR) سرمایه‌گذاری در سهام (بخش دوم: تحلیل داده)

مدرس:
محبوبه اکبری لاکه

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست مطالب

- معرفی داده ها
- معرفی نرم افزار EViews
- شناسایی رفتار سری
- برازش مدل های مختلف
- آزمون های پس‌آزمایی
- پیش بینی VaR
- نتیجه‌گیری

معرفی داده ها

داده‌های مورد استفاده در این پروژه شامل شاخص کل، شاخص کل هم وزن و پرتفوی سرمایه‌گذاری دو شرکت بیمه در بورس

1. شاخص کل: بیانگر سطح عمومی قیمت و سود سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس
2. شاخص هم وزن: یکسان بودن وزن تمام شرکت‌های بورسی
3. پرتفوی سرمایه‌گذاری در بورس شرکت A
4. پرتفوی سرمایه‌گذاری در بورس شرکت B

بازه زمانی داده‌ها:

شاخص کل: دوره زمانی 5 فروردین 1388 تا 1 بهمن 1399

داده‌های شاخص هم‌وزن: دوره زمانی 5 فروردین سال 1393 تا 1 بهمن 1399

برای دو شرکت بیمه: دوره زمانی 1390 الی 1399

هدف: مدل‌سازی بازده داده‌های مورد نظر به روش‌های مختلف و شناسایی مدل مناسب برای تخمین VaR

نحوه محاسبه پرتفوی شرکت

به عنوان مثال فرض کنید که شرکت A در سال 1390 سهام های نفت و گاز پارسیان، ذوب آهن اصفهان، بانک انصار و پالایش نفت تهران خریداری کرده است. براساس تعداد سهم های خریداری شده، وزن هر یک از سهام های فوق را محاسبه می‌کنیم. سپس بازده شاخص کل هر سهم را به ازای هر روز به دست آورده و در وزن محاسبه شده ضرب میکنیم. در نهایت مجموع این حاصلضرب برای کل سهام ها، پرتفوی شرکت را به دست می‌دهد.

Column2	return	w*return
2012-03-18	-0.1286545	-0.00129855
2012-03-17	-1.2331262	-0.01244631
2012-03-14	-1.6704959	-0.01686081
2012-03-13	1.21694527	0.01228299
2012-03-12	0.05969772	0.00060255
2012-03-11	1.26340558	0.01275193
2012-03-10	1.83175099	0.01848841
2012-03-07	-0.2004874	-0.00202358
2012-03-06	1.22873297	0.01240197
2012-03-05	-1.8689232	-0.01886360
2012-03-04	0.66149967	0.00667671

$$R_t = \ln\left(\frac{V_t}{V_{t-1}}\right)$$

معرفی نرم افزار EViews

داده‌هایی که قصد داریم وارد نرم افزار کنیم به صورت فایل اکسل (*.xlsx) هستند و اگر تاریخ‌ها به صورت تاریخ شمسی باشند می‌توان با استفاده از تابع s2m در افزونه FarsiTools در نرم افزار اکسل، تاریخ شمسی را به تاریخ میلادی تبدیل کنیم. برای ساخت سری بازده لگاریتمی منوهای زیر را کلیک می-کنیم

Quick ->Generate series

در پنجره‌ای که باز می‌شود فرمول ساخت بازده را به صورت زیر می‌نویسیم.

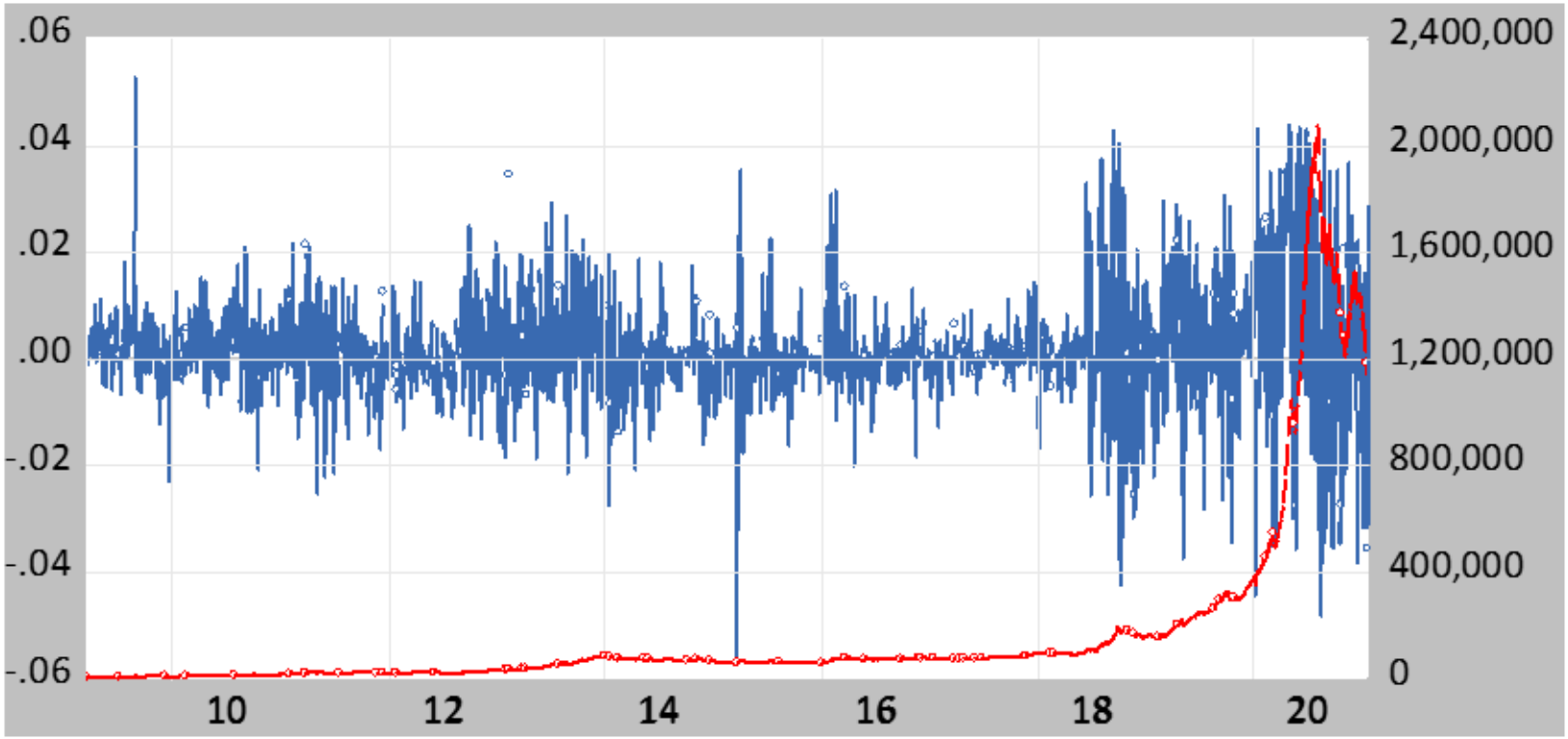
rt=log(index/index(-1))

یا نوشتن دستور زیر در قسمت command:

genr rt2=dlog(index)

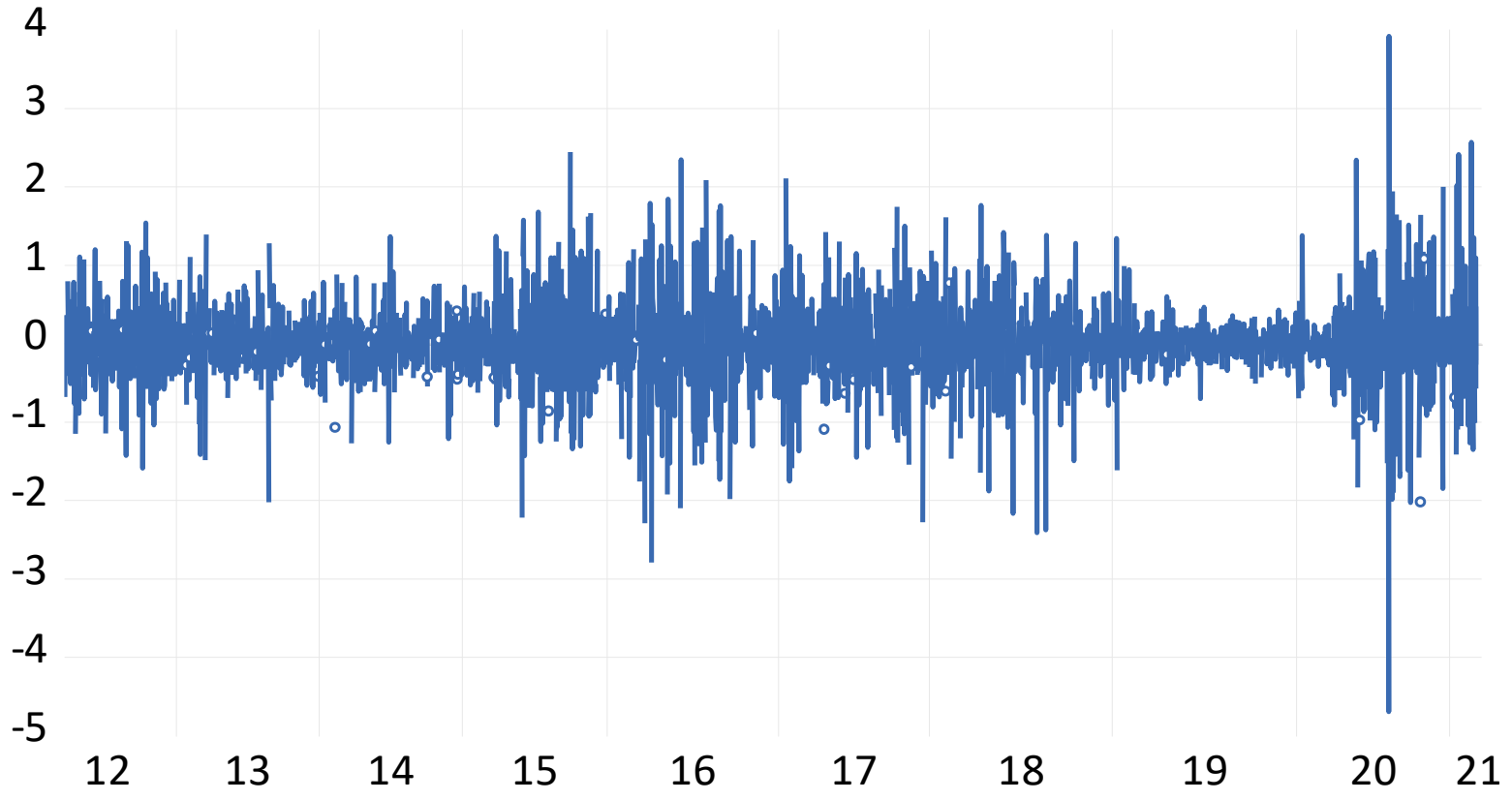
شناسایی رفتار سری

گام اول در شناسایی رفتار سری رسم نمودار داده ها می‌باشد. نمودار زیر داده‌های شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی 5/1/1388 تا 1/11/1399(25 مارس 2009 تا 20 ژانویه 2021). داده‌های ارزش شاخص کل (نمودار قرمز) بازده لگاریتمی مربوطه (نمودار آبی)



شناسایی رفتار سری

نمودار زیر داده‌های پرتفوی شرکت A



شناسایی رفتار سری

آماره‌های توصیفی داده های مورد مطالعه در دوره زمانی مشخص

توجه: آماره J-B مربوط به آزمون جارک-برا می‌باشد و علامت * معنی داری در سطح 5% را نشان می‌دهد.

	تعداد مشاهدات	میانگین (انحراف معیار)	ماکسیمم	مینیمم	چولگی	کشیدگی	J-B
بازده شاخص‌کل وزنی	۲۸۶۳	۰.۰۰۱۸ (۰.۰۱۰۳)	۰.۰۵۲۶	-۰.۰۵۶۷	۰.۲۰۳۰	۶.۹۰۲۱	۱۸۳۶.۰۴۷ *
بازده شاخص‌کل هم-وزن	۱۶۴۶	۰.۰۰۲۳ (۰.۰۱۰۲)	۰.۰۴۲۱	-۰.۰۴۰۳	۰.۳۹۵۵	۴.۹۴۴۸	۳۰۲.۳۳۶ *
بازده پرتفوی شرکت A	۲۳۸۱	۰.۰۰۲۳ (۰.۵۶۳۶)	۳.۹۲۵۳	-۴.۶۹۲۶	-۰.۱۵۲۲	۸.۵۹۳۸	۳۱۱۳.۴۹ *
بازده پرتفوی شرکت B	۲۴۱۲	۰.۰۰۰۷ (۰.۴۲۲۴)	۳.۹۴۸۵	-۴.۴۹۷۵	-۰.۱۴۳۹	۱۱.۹۲۹۲	۸۰۲۱.۲۹ *

شناسایی رفتار سری

- بررسی عدم همبستگی سریالی (نمودار همبستگی نگار و آزمون های آزمون دوربین-واتسون، آزمون لیونگ-باکس)
- بررسی مانایی سری (آزمون دیکی فولر افزوده، Phillips- Perron و KPSS)

توجه: در بررسی آزمون مانایی باید به فرض صفر دقت شود. در آزمونهای ADF و PP فرضیه صفر، وجود ریشه واحد و عدم مانایی سری زمانی است و برای آزمون KPSS فرض مانایی را داریم.

برازش مدل های مختلف

برای ادامه تحلیل، داده‌ها را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم، قسمت اول که داده‌های تخمین یا داده‌های درون نمونه‌ای می‌نامیم و قسمت دوم که داده‌های آزمون یا برون نمونه‌ای می‌نامیم.

بازه داده های تخمین

شاخص کل: تاریخ 25 مارس 2009 و 31 دسامبر 2018

شاخص هم وزن: مشاهدات بین 25 مارس 2014 و 30 آگوست 2019

بازده پرتفوی شرکت ها: مشاهدات بین 25 مارس 2012 و 25 مارس 2019

مدل ARIMA(p,d,q)

مدل ARIMA یک سری ناماناست که با تفاضلی کردن به یک سری مانا و ARMA تبدیل می‌شود.

از نمودار خودهمبستگی نگار می توان برای حدس مدل مناسب استفاده کرد و مدل های انتخابی را با یکی از معیارهای آکائیک، شوارتز و یا هانان-کویین با یکدیگر مقایسه کرد. لذا هرچقدر مقدار شاخص کمتر باشد مدل مناسب تر است.

بررسی مانده‌ها

بررسی عدم همبستگی سریالی مانده‌ها

بررسی نرمال بودن

بررسی همگنی واریانس شرطی

مانا بودن سری مانده‌ها

مدل GARCH(p,q)

بررسی مانده ها در روش ARMA لزوم استفاده از روش‌های مبتنی بر ناهمسانی واریانس را آشکار ساخت. مدل ARCH یا به طور کلی‌تر مدل GARCH یکی از انواع مدل ها با واریانس ناهمسان می‌باشد. قبل از مدل‌سازی از آزمون ناهمگنی واریانس باقیمانده‌ها استفاده می‌کنیم که لزوم اجرا مدل ARCH را تایید می کند.

View-> Residual Diagnostics-> Heteroscedasticity Tests.

بعد از تایید وجود ناهمسانی در باقیمانده‌ها، فرایند مشخص کردن مدل را پیش می‌بریم. در این بخش 4 مدل مختلف *GARCH(p,q)* به ازای *p,q=1,2* مورد بررسی قرار می‌دهیم. با استفاده از منوهای زیر

Quick->Estimate Equation

دستور *rt c* می‌نویسیم سپس در قسمت منوی کشویی "*Method*" روش زیر را انتخاب می‌کنیم:

ARCH - Autoregressive Conditional Heteroscedasticity

مدل GARCH(p,q)

مقایسه مدل‌های مختلف GARCH براساس توزیع خطاهای مختلف برای شاخص کل

Model	Log L	AIC	BIC	HQ
GARCH-N				
GARCH(1,1)	8587.076	-7.252282	-7.242532	-7.248733
GARCH(1,2)	8599.786	**-7.262176**	**-7.249989**	**-7.257739**
GARCH(2,1)	8595.658	-7.258688	-7.246501	-7.254251
GARCH(2,2)	8600.373	-7.261828	-7.247203	-7.256503
GARCH-t				
GARCH(1,1)	8744.378	-7.384350	-7.372163	-7.379913
GARCH(1,2)	8757.895	-7.394926	-7.380301	-7.389602
GARCH(2,1)	8766.377	**-7.402093**	**-7.387468**	**-7.396769**
GARCH(2,2)	8766.370	-7.401242	-7.384180	-7.395031
GARCH-GED				
GARCH(1,1)	8754.582	-7.392972	-7.380785	-7.388535
GARCH(1,2)	8765.901	**-7.401691**	**-7.387066**	**-7.396367**
GARCH(2,1)	8595.658	-7.258688	-7.246501	-7.254251
GARCH(2,2)	8600.373	-7.261828	-7.247203	-7.256503

مدل GARCH(p,q)

Sample (adjusted): 3/28/2009 12/31/2018
Included observations: 2367 after adjustments
Convergence achieved after 47 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*RESID(-2)^2 + C(5)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0.001364	9.37E-05	-14.55498	0.0000
Variance Equation				
C	4.06E-07	1.31E-07	3.100118	0.0019
RESID(-1)^2	0.521317	0.067628	7.708629	0.0000
RESID(-2)^2	-0.368217	0.062959	-5.848560	0.0000
GARCH(-1)	0.873131	0.016177	53.97498	0.0000
T-DIST. DOF	4.318901	0.378325	11.41584	0.0000

R-squared	-0.012646	Mean dependent var	-0.000476
Adjusted R-squared	-0.012646	S.D. dependent var	0.007904
S.E. of regression	0.007954	Akaike info criterion	-7.402091
Sum squared resid	0.149678	Schwarz criterion	-7.387467
Log likelihood	8766.375	Hannan-Quinn criter.	-7.396767
Durbin-Watson stat	1.215275		

ارزیابی مانده‌ها:

اگر مدل مناسب انتخاب شده باشد باید رفتار باقیمانده‌های مدل مانند نوفه سفید باشد آزمون‌های لازم برای بررسی مانده‌های مدل همانند مدل قبل باید اجرا گردند.

مدل ARMA-GARCH

مقایسه مدل‌های مختلف ARMA-GARCH براساس جملات خطای متناظر با توزیع تی استودنت

Model	Log L	AIC	BIC	HQ
ARMA(1,1)-GARCH(1,1)	8938.285	-7.515740	-7.236230	-7.547245
ARMA(1,2)-GARCH(1,1)	8955.668	-7.535740	**-7.546220**	**-7.588145**
ARMA(2,2)-GARCH(1,1)	8945.902	-7.515740	-7.512220	-7.550145
ARMA(3,0)-GARCH(1,1)	8938.885	-7.555740	-7.536220	-7.548633
ARMA(3,0)-GARCH(1,2)	8940.161	-7.555974	-7.534014	-7.547979
ARMA(3,0)-GARCH(2,1)	8940.357	-7.556140	-7.534180	-7.548145
ARMA(3,0)-GARCH(2,2)	8943.242	-7.557735	-7.533335	-7.548851
ARMA(3,4)-GARCH(1,1)	8954.284	-7.565384	-7.536104	-7.554724
ARMA(3,4)-GARCH(1,2)	8955.668	-7.565709	-7.533989	-7.554160
ARMA(3,4)-GARCH(2,1)	8955.902	-7.565907	-7.534187	-7.554358
ARMA(3,4)-GARCH(2,2)	8957.406	**-7.566334**	-7.532174	-7.553897

مدل TGARCH/EGARCH

بررسی اثر اهرمی

در این بخش وجود اثر اهرمی و نامتقارن بودن نوسانات بازده سهام نسبت به اخبار خوب و بد مورد بررسی قرار می‌گیرد.

با توجه به معادله TGARCH در نرم‌افزار EViews اخبار خوب ($\epsilon_{t-i} > 0$) و اخبار بد ($\epsilon_{t-i} < 0$) اثرات مختلفی روی واریانس شرطی دارند. اخبار خوب دارای اثرات α_i، در حالی که اخبار بد دارای اثرات $\alpha_i + \gamma_i$ هستند. حال اگر $\gamma_i > 0$ اخبار بد نوسان را افزایش می‌دهد و اصطلاحا می‌گوییم اثر اهرم برای مرتبه iام داریم. اگر $\gamma_i \neq 0$ اثر اخبار نامتقارن است.

مدل ARMA-TGARCH

مدل ARMA_TGARCH به ازای مرتبه های مختلف و توزیع خطا تی استودنت

Model	Asymmetric order	Log L	AIC	BIC	HQ
ARMA(1,0)-TGARCH(1,1)	1	8941.893	-7.557439	-7.535480	-7.549444
ARMA(1,2)-TGARCH(1,2)	1	8943.461	-7.557919	-7.533520	-7.549036
ARMA(1,1)-TGARCH(2,1)	1	8944.338	-7.558662	-7.534262	-7.549778
ARMA(1,2)-TGARCH(1,1)	**1**	**8955.474**	**-7.567237**	**-7.540397**	**-7.557465**
ARMA(3,0)-TGARCH(1,1)	2	8944.273	-7.558607	-7.534207	-7.549723
ARMA(1,3)-TGARCH(1,2)	2	8944.456	-7.557915	-7.531075	-7.548143
ARMA(2,3)-TGARCH(2,1)	2	8944.709	-7.558129	-7.531290	-7.548358
ARMA(3,0)-TGARCH(2,2)	2	8956.120	-7.566938	-7.537658	-7.556277

مدل ARMA-TGARCH

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.953064	0.013967	68.23781	0.0000
MA(1)	-0.536138	0.024853	-21.57211	0.0000
MA(2)	-0.323948	0.022812	-14.20084	0.0000
Variance Equation				
C	5.82E-07	1.54E-07	3.772649	0.0002
RESID(-1)^2	0.233393	0.032424	7.198219	0.0000
RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)	-0.089689	0.034396	-2.607527	0.0091
GARCH(-1)	0.834302	0.015908	52.44649	0.0000
T-DIST. DOF	4.268781	0.357069	11.95505	0.0000

برای اثر اهرمی به ضریب *RESID(-1)^2*(RESID(-1)<0)* نگاه می‌کنیم با توجه به این که مخالف صفر و منفی است وجود اثر اهرمی تایید نمی‌شود ولی اثر نامتقارن در بازده شاخص کل وجود دارد.

مدل EGARCH

از این مدل نیز برای پیدا کردن اثر اهرمی استفاده می‌شود. در مدل EGARCH اثر اهرم (γ_i)، نمایی است و نه درجه دوم و این مدل نامنفی بودن پیش بینی‌های واریانس شرطی را تضمین می‌کند. وجود اثرات اهرمی را می‌توان با این فرضیه آزمون کرد که $\gamma_i < 0$. اگر $\gamma_i \neq 0$، تأثیر نامتقارن است.

مدل ARMA-EGARCH

Model	Asymmetric order	Log L	AIC	BIC	HQ
EGARCH(1,1)	1	8756.791	-7.393993	-7.379369	-7.388669
EGARCH(1,2)	1	8772.673	-7.406568	-7.389506	-7.400356
EGARCH(2,1)	1	8779.975	-7.412738	-7.395676	-7.406526
EGARCH(2,2)	1	8780.440	-7.412286	-7.392786	-7.405187
EGARCH(1,1)	2	8759.362	-7.395321	-7.378259	-7.389109
EGARCH(1,2)	2	8773.927	-7.406782	-7.387283	-7.399683
EGARCH(2,1)	2	8782.574	-7.414089	-7.394589	-7.406990
EGARCH(2,2)	2	8749.532	-7.385324	-7.363388	-7.377338
ARMA(0,1)-EGARCH(1,1)	1	8947.885	-7.562508	-7.540548	-7.554513
ARMA(1,2)-EGARCH(1,2)	**1**	**8952.438**	**-7.565514**	**-7.541114**	**-7.556631**
ARMA(1,2)-EGARCH(2,1)	1	8940.357	-7.556140	-7.534180	-7.548145
ARMA(2,0)-EGARCH(2,2)	1	8961.361	-7.562218	-7.535378	-7.552446
ARMA(3,0)-EGARCH(1,1)	1	8948.165	-7.561899	-7.537499	-7.553016
ARMA(3,1)-EGARCH(1,2)	2	8952.566	-7.554777	-7.537937	-7.555005
ARMA(2,0)-EGARCH(2,1)	2	8953.537	-7.555598	-7.538758	-7.555826
ARMA(3,0)-EGARCH(2,2)	2	8961.669	-7.551632	-7.532352	-7.550972

مقایسه مدل‌های EGARCH و ARMA-EGARCH به ازای جملات خطای تی استودنت

مدل ARMA-EGARCH

MA Backcast: 3/25/2009 3/28/2009
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
LOG(GARCH) = C(4) + C(5)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(6)
*RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(7)*LOG(GARCH(-1)) + C(8)
*LOG(GARCH(-2))

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.950951	0.013835	68.73722	0.0000
MA(1)	-0.541212	0.024809	-21.81539	0.0000
MA(2)	-0.326802	0.021738	-15.03346	0.0000
Variance Equation				
C(4)	-0.564871	0.090046	-6.273151	0.0000
C(5)	0.402435	0.043828	9.182161	0.0000
C(6)	0.061172	0.022887	2.672742	0.0075
C(7)	0.581144	0.121030	4.801647	0.0000
C(8)	0.392200	0.119560	3.280364	0.0010
T-DIST. DOF	4.352373	0.375139	11.60202	0.0000

R-squared	0.164014	Mean dependent var	0.001272
Adjusted R-squared	0.163306	S.D. dependent var	0.007906
S.E. of regression	0.007231	Akaike info criterion	-7.567186
Sum squared resid	0.123565	Schwarz criterion	-7.545242
Log likelihood	8960.981	Hannan-Quinn criter.	-7.559197
Durbin-Watson stat	2.011316		

با توجه به معادله ارائه شده، ضریب

RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))

یعنی *C(6)* مورد توجه ما است. این ضریب مثبت است که با توجه به مقدار *p-value=0.0075* معنی دار می‌باشد و با صفر تفاوت معنی‌دار دارد. از آن جایی که این ضریب منفی نیست بنابراین اثر اهرمی نداریم ولی می‌توان تاثیر نامتقارن اخبار خوب و بد در نوسانات را نتیجه گرفت.

مدل EWMA

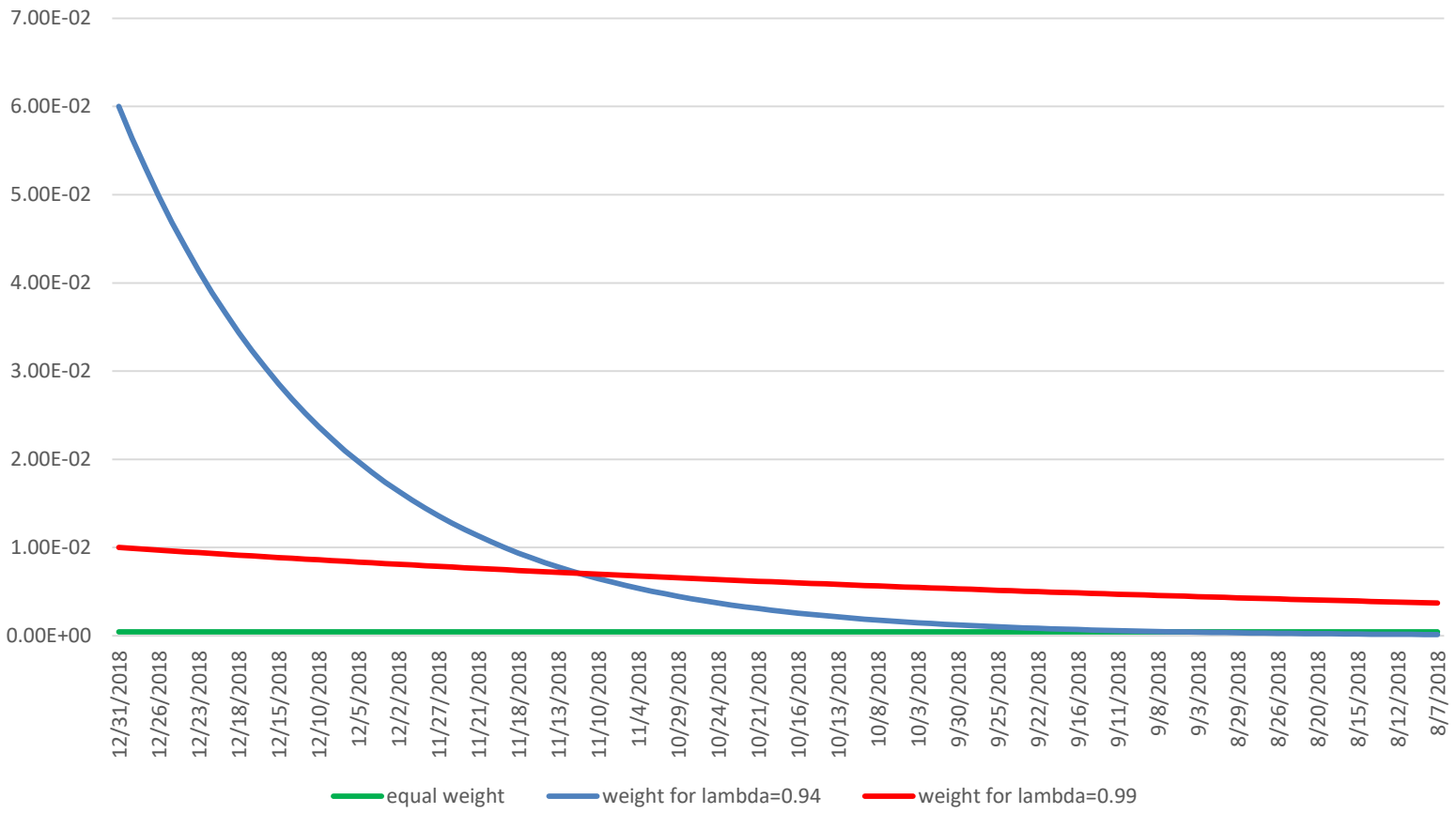
یکی از روش‌های برآورد نوسان به روش تاریخی مدل ریسک سنجی EWMA است که بر خلاف واریانس ساده، وزن‌های یکسان در نظر نمی‌گیرد. در حقیقت یک طرح وزنی دهی دارد که براساس آن نوسانات برآورد می‌شود. واریانس ساده برابر متوسط توان دوم بازده‌ها می‌باشد. یعنی

$$Variance = \frac{1}{t-1}\sum_{i=1}^{t-1}(r_i - \bar{r})^2$$

که $\bar{r}$ میانگین بازده و t تعداد داده‌ها می‌باشد. برای محاسبه واریانس *EWMA* از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda)\sum_{i=1}^{t-1}\lambda^{t-i-1}\,(r_i - \bar{r})^2.$$

مدل EWMA



وزن‌دهی برای 100 مشاهده اخیر سری زمانی به روش وزن یکسان (نمودار سبز) و روش EWMA برای $\lambda = 0.94$ (نمودار آبی) و $\lambda = 0.99$ (نمودار قرمز)

مدل ARMA-EWMA

Model	Log L	AIC	BIC	HQ
ARMA(1,0)-EWMA	8885.418	-7.5052	-7.4979	-7.5025
ARMA(1,1)-EWMA	8887.13	-7.5058	-7.4961	-7.5023
ARMA(1,2)-EWMA	8926.605	-7.5383	**-7.5261**	-7.5339
ARMA(1,3)-EWMA	8927.475	-7.5382	-7.5236	-7.5329
ARMA(1,4)-EWMA	8928.598	-7.5383	-7.5213	-7.5321
ARMA(2,0)-EWMA	8885.58	-7.5045	-7.4948	-7.5010
ARMA(2,1)-EWMA	8894.812	-7.5115	-7.4993	-7.5070
ARMA(2,2)-EWMA	8928.097	-7.5387	-7.5241	-7.5334
ARMA(2,3)-EWMA	8928.17	-7.5380	-7.5209	-7.5317
ARMA(2,4)-EWMA	8934.88	**-7.5428**	-7.5233	**-7.5357**
ARMA(3,0)-EWMA	8913.252	-7.5270	-7.5149	-7.5226
ARMA(3,1)-EWMA	8921.426	-7.5331	-7.5185	-7.5278
ARMA(3,2)-EWMA	8928.772	-7.5385	-7.5214	-7.5323
ARMA(3,3)-EWMA	8934.544	-7.5425	-7.5230	-7.5354
ARMA(3,4)-EWMA	8934.66	-7.5417	-7.5198	-7.5338
ARMA(4,0)-EWMA	8915.314	-7.5279	-7.5133	-7.5226
ARMA(4,1)-EWMA	8931.113	-7.5404	-7.5234	-7.5342
ARMA(4,2)-EWMA	8931.258	-7.5397	-7.5202	-7.5326
ARMA(4,3)-EWMA	8929.405	-7.5373	-7.5154	-7.5293
ARMA(4,4)-EWMA	8931.436	-7.5382	-7.5138	-7.5293

با استفاده از تابع rugarch در زبان برنامه نویسی R به مدل‌سازی بازده شاخص کل به روش ARMA-EWMA می‌پردازیم. جدول مقابل، نتایج معیارهای اطلاع مدل های مختلف ARMA-EWMA براساس توزیع تی استودنت خطا برای داده‌های شاخص کل را نشان می‌دهد.

مدل ARMA-GARCH-EVT

اساس استفاده از نظریه مقدار فرین، فرض مهم استقلال و هم‌توزیع بودن داده‌هاست. از آنجایی که داده های مالی این شرط را دارا نیستند نمی توانیم این مدل را برای بازده‌های مالی اجرا کنیم. به همین منظور از مدل دو مرحله‌ای GARCH-EVT برای مدل سازی نوسانات استفاده می‌کنیم. ابتدا یک مدل مناسبی از ARMA-GARCH را به بازده‌ها برازش می‌دهیم. سپس باقیمانده‌های مدل را در نظر می‌گیریم و از EVT برای مدل‌سازی توزیع دم باقیمانده‌ها استفاده می‌کنیم.

برای برازش روش نظریه مقدار فرین از پکیج‌های آماده نرم‌افزار R استفاده می‌کنیم. برنامه‌های متعددی در زمینه آنالیز مقدار فرین با اهداف گوناگون نوشته شده است که ما از پکیج evir استفاده می‌کنیم.

ابتدا مدل ARMA(1,2)-GARCH(1,1)-t را به بازده شاخص کل برازش می‌دهیم و پارامترهای مدل را به دست می‌آوریم.

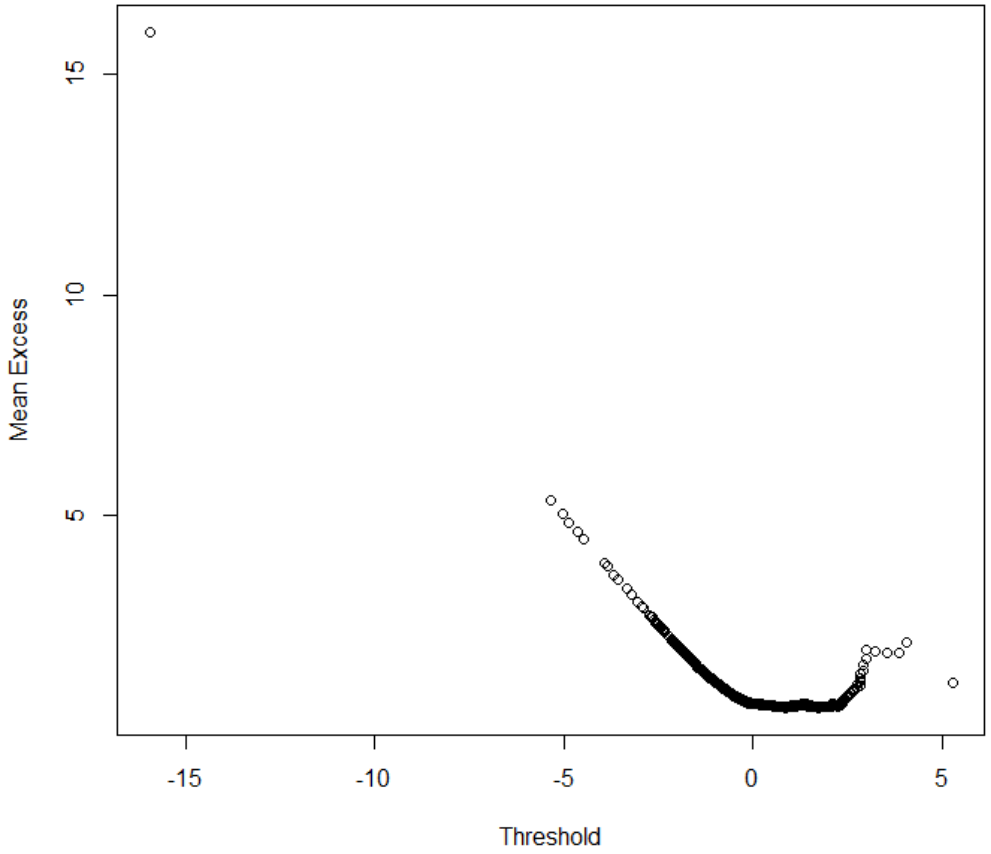
میانگین و واریانس شرطی $\hat{\mu}_t$ و $\hat{\sigma}_t^2$ محاسبه می‌کنیم.

مدل ARMA-GARCH-EVT

مدل EVT را برای باقیمانده‌های استاندارد شده به کار می‌بریم. یک مرحله مهم در روش EVT بدست آوردن مقدار آستانه است. از تابع meplot برای رسم نمودار میانگین فزونی تجربی استفاده می‌کنیم.در اینجا مقدار آستانه را بین یک تا 1.8 می‌گیریم.

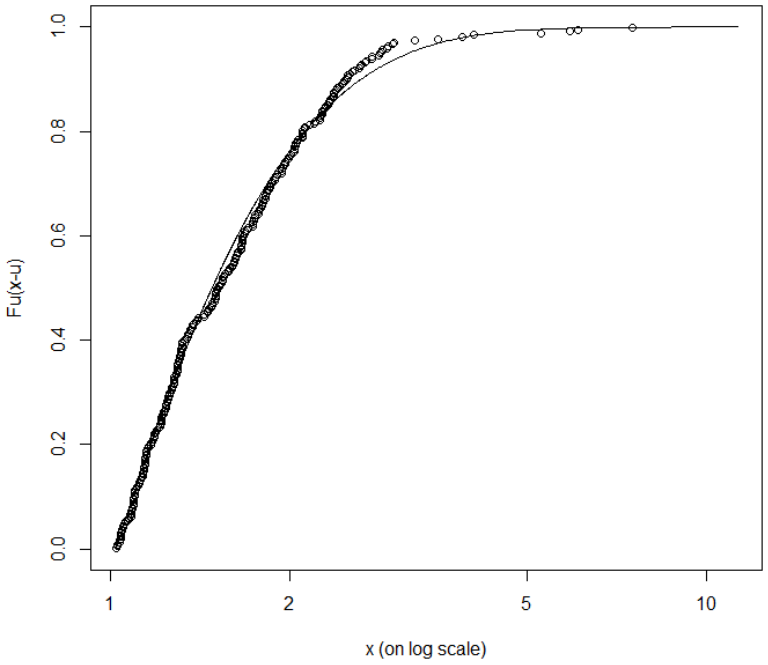
با استفاده از دستور qplot می‌توان نمودار چندک باقیمانده‌ها (و یا داده‌های فرین با در نظر گرفتن مقدار آستانه) نسبت به توزیع نمایی یا پارتو تعمیم یافته رسم کرد. اگر نمودار خروجی محدب باشد مانند نمودار x^2، رفتار دم نازک را نشان می‌دهد و انحراف مقعر از خط مستقیم نشانه رفتار دم پهن است.

مدل ARMA-GARCH-EVT



نمودار میانگین فزونی باقیمانده مدل

مدل ARMA-GARCH-EVT



به باقیمانده‌های فراتر از مقدار آستانه یکGPDبرازش توزیع

انتخاب آستانه بهینه

حال برای به دست آوردن مقدار بهینه آستانه، مقدار *MSE* را برای هر آستانه بین 1 تا 1.8، محاسبه می‌کنیم و آستانه ای که کمترین مقدار *MSE* را دارا باشد به عنوان مقدار بهینه انتخاب می شود. برای برآورد *MSE* از روش بوت استرپ استفاده می کنیم. مراحل انجام این کار به شرح زیر است:

1. ابتدا برای هر مقدار آستانه در نظر گرفته شده داده های فراتر از آن را انتخاب می کنیم و برآورد شکل توزیع *GPD* را با استفاده از آن داده ها به دست می آوریم.

2. برای هر حلقه بوت استرپ *B* تا نمونه *m* تایی از داده های فرین انتخاب شده تولید می کنیم و برای هر *B* نمونه مقدار برآورد شکل یا برآورد دمی توزیع *GPD* را محاسبه می کنیم و *MSE* آن را به دست می آوریم.

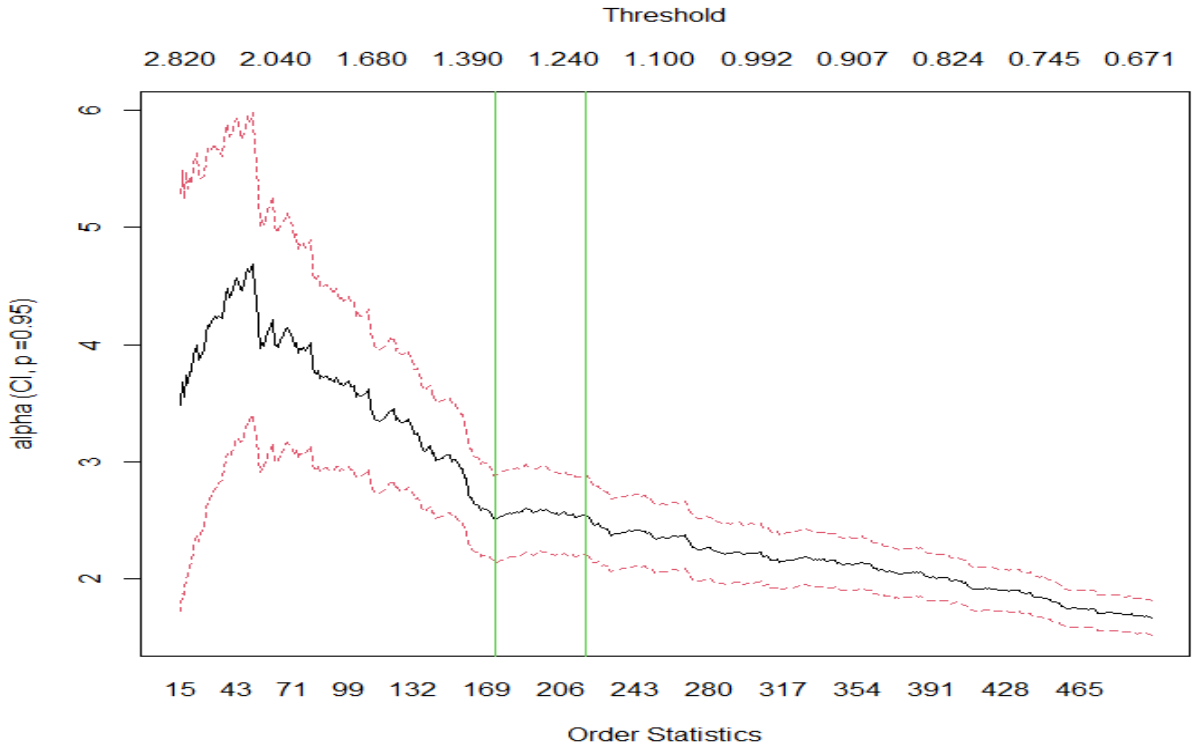
3. آستانه ای که مینیمم مقدار *MSE* را به دست دهد را به عنوان مقدار بهینه در نظر می گیریم.

مقدار آستانه بهینه	تعداد نقاط فراتر از آستانه	احتمال کمتر از آستانه بودن	برآورد پارامترها	برآورد انحراف معیار ضرایب
1.01	292	0.877	$\xi = 0.0783$	0.0556
			$\beta = 0.6316$	0.0509

برای تایید فرضیه برازنده بودن توزیع GPD به مانده‌های مدل می توان از نمودار تابع توزیع فزونی F_u استفاده کرد.

برای یافتن مقدار آستانه، می‌توان از برآوردگر هیل نیز استفاده کرد. نمودار هیل را به ازای 500 نمونه فرین با استفاده از تابع hill در نرم افزار R رسم می‌کنیم. با توجه به تئوری این نمودار، محدوده ای در نمودار که خط افقی می‌شود را در نظر می‌گیریم. برای پیدا کردن آستانه بهینه از بوت استرپ و محاسبه MSE استفاده می کنیم.

مقدار آستانه بهینه	تعداد نقاط فراتر از آستانه	احتمال کمتر از آستانه بودن	برآورد پارامترها	برآورد انحراف معیار ضرایب
1.19	220	0.907	$\xi = 0.076$	0.0612
			$\beta = 0.648$	0.0589



برآورد معلوس شاخص دمی باقیمانده های مدل ARMA(1,2)-GARCH(1,1) با استفاده از برآوردگر هیل

برآورد VaR

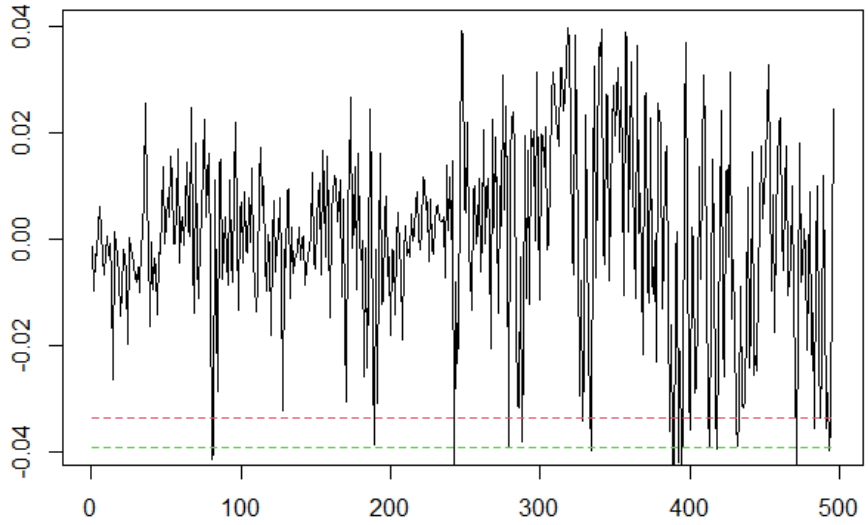
تا اینجا مدل‌هایی برای برازش میانگین و واریانس سری زمانی ارائه گردید که شامل روش های پارامتری و نیمه پارامتری بودند و می‌توان از آن مدل ها برای برآورد VaR استفاده نمود.قبل از بیان روش‌های ناپارامتری نمودار برآورد VaR به روش هایی که ارائه شدند را نمایش می‌دهیم.

مدل چندک نمونه‌ای غیرشرطی

برای محاسبه VaR در روش غیر شرطی از چندک تجربی مشاهدات استفاده می‌کنیم. این برآوردگر یک برآوردگر پویا نیست و در طول زمان یک مقدار ثابت را ارائه می‌دهد. با در نظر گرفتن سطوح اطمینان 0.95 و 0.99 برآورد غیرشرطی *VaR* و ES براساس داده‌های درون نمونه‌ای برابر است با

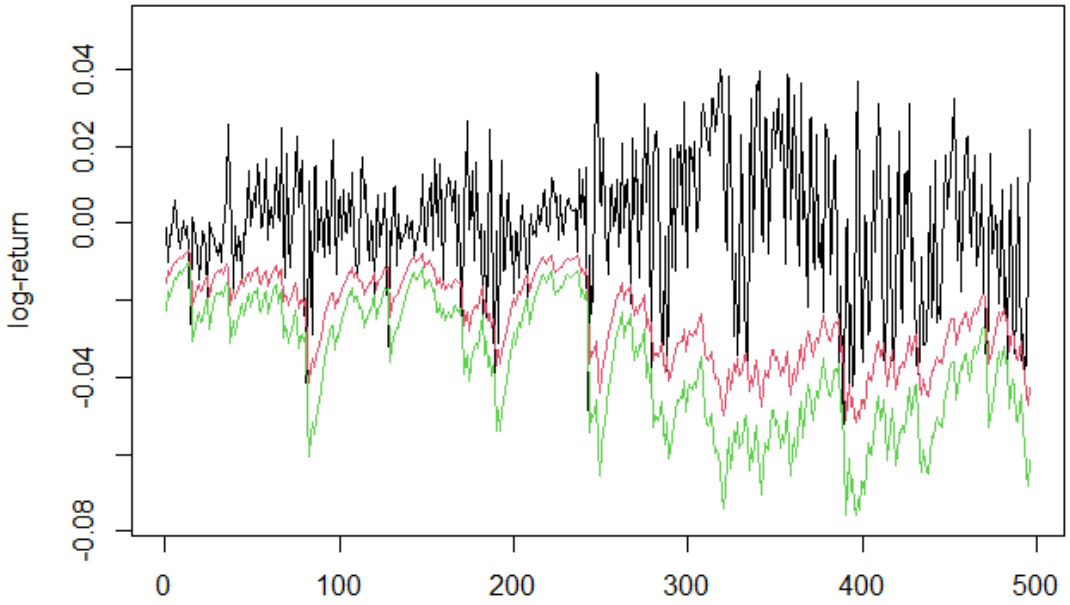
$$VaR_{0.05} = -0.0112, \qquad VaR_{0.01} = -0.0206$$

$$ES_{0.05} = -0.0174, \qquad ES_{0.01} = -0.0278.$$



مدل شبیه‌سازی تاریخی VW

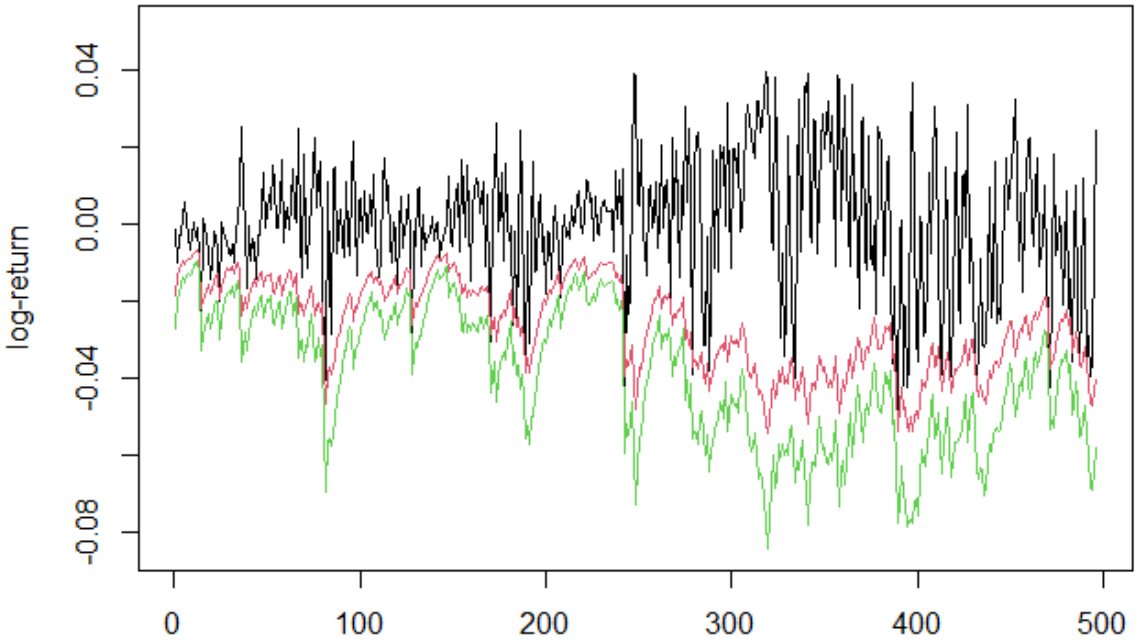
برای برآورد VaR و ES با استفاده از روش شبیه‌سازی تاریخی VW، می‌توان از پیکج quarks و تابع vwhs در نرم افزار R استفاده کرد. اما ما برنامه مورد نظر را در R می‌نویسیم زیرا علاوه بر این که می‌خواهیم به بازده‌های تعدیل شده دسترسی داشته باشیم، قصد داریم برآوردی پویا از VaR برای سری مشاهدات درون نمونه ای نیز به دست آوریم.



برآورد VaR (نمودار قرمز) و ES (نمودار سبز) در روش VW براساس مدل نوسان GARCH(1,1) برای مشاهدات برون‌نمونه‌ای

مدل شبیه‌سازی تاریخی FHS

همانند روش VW، برای برآورد VaR و ES به روش شبیه‌سازی تاریخی FHS، می‌توان از پیکج quarks و تابع vwhs در نرم افزار R استفاده کرد. اما ترجیح ما نوشتن برنامه مناسب جهت پیشبرد اهداف این بخش می‌باشد. برای برآورد نوسانات از مدل‌های نوسان EWMA و GARCH برای مدل‌سازی نوسانات می‌توان استفاده نمود.



پیش‌بینی VaR (نمودار قرمز) و ES (نمودار سبز) در روش FHS براساس مدل نوسان GARCH(1,1) برای مشاهدات برون‌نمونه‌ای

آزمون پس آزمایی

روش پس آزمایی شامل مقایسه برآوردهای VaR با مقادیر واقعی می‌باشد. از دو معیار پس آزمایی برای بررسی آماری دقت مدل‌ها استفاده می‌کنیم: آزمون همگرایی غیر شرطی کوپیک و آزمون همگرایی شرطی کریستوفرسن. در آزمون پس‌آزمایی تعداد روزهایی که زیان بالاتر از مقدار VaR است و مقدار مورد انتظار مشاهدات بالاتر از VaR مورد توجه است. نسبت کوپیک دارای توزیع کای دو با یک درجه آزادی بوده و در صورتی که آماره آزمون محاسبه شده از توزیع کای دو در سطح خطای مورد نظر کوچکتر باشد می‌توان ادعا کرد که مدل از اعتبار مناسب در پیش‌بینی VaR برخوردار است. در آزمون کریستوفرسن تصادفی بودن تخطی از VaR مورد آزمون قرار می‌گیرد.

با استفاده از دستور VaRTest می‌توان آزمون‌همگرایی غیر شرطی کوپیک و آزمون شرطی کریستوفرسن را انجام داد.

مدل	سطح اطمینان							
	%95				%99			
	آزمون کوپیک تعداد مورد انتظار=24		آزمون کریستوفرسن		آزمون کوپیک تعداد مورد انتظار=4		آزمون کریستوفرسن	
	تعداد واقعی	نتیجه آزمون	آماره آزمون	نتیجه آزمون	تعداد واقعی	نتیجه آزمون	آماره	نتیجه آزمون
ARMA(3,0)	106	F	165.1	F	65	F	231.4	F
ARMA(1,2)-GARCH(1,1)-t	29	S	1.086	S	4	S	0.266	S
ARMA(1,2)-TGARCH(1,1)-t	28	S	5.992	S	4	S	5.991	S
ARMA(1,2)-EGARCH(1,2)-t	36	F	5.991	S	4	S	5.991	S
ARMA(1,2)-EWMA	31	S	2.091	S	4	S	0.266	S
ARMA(1,2)-GARCH(1,1)-EVT	27	S	0.389	S	4	S	0.266	S
ARMA(1,2)-GARCH(1,1)-Hill	27	S	0.389	S	4	S	0.266	S
Unconditional	25	S	11.31	F	5	S	0.102	S
VW-GARCH(1,1)	36	F	10.95	S	6	S	0.354	S
VW-EWMA	35	F	6.338	S	6	S	3.902	S
FHS-GARCH(1,1)	17	F	3.155	S	0	F	-	-
FHS-EWMA	4	F	27.97	F	0	F	-	-

خروجی پس آزمایی برآورد VaR شاخص کل در سطوح اطمینان 95 و 99 درصد.

نماد F نشان دهنده شکست روش در برآورد VaR و نماد S نشان دهنده موفقیت روش است.

پیش‌بینی VaR یک روزه

حال برای به دست آوردن مقدار زیانی که در هر مجموعه داده متحمل می‌شویم لازم است از فرمول ارائه شده در فصل اول یعنی

$$VaR_{\alpha} = V_0(1 - exp(-\%VaR))$$

مجموعه داده‌ها	روش انتخابی	VaR	ES
شاخص کل	ARMA(1,2)-GARCH(1,1)-EVT	$\%VaR_{0.05} = 0.029$ $\%VaR_{0.01} = 0.052$ $VaR_{0.05} = 33842$ $VaR_{0.01} = 59994$	$\%ES_{0.05} = 0.044$ $\%ES_{0.01} = 0.068$ $ES_{0.05} = 50966$ $ES_{0.01} = 77834$
شاخص کل هموزن	VW-EWMA	$\%VaR_{0.05} = 0.024$ $\%VaR_{0.01} = 0.039$ $VaR_{0.05} = 10271$ $VaR_{0.01} = 16567$	$\%ES_{0.05} = 0.033$ $\%ES_{0.01} = 0.049$ $ES_{0.05} = 14060$ $ES_{0.01} = 20712$
پرتفوی شرکت A	VW-GARCH(1,1)	$\%VaR_{0.05} = 0.77$ $\%VaR_{0.01} = 1.46$ $VaR_{0.05} = 536987*$ $VaR_{0.01} = 767764*$	$\%ES_{0.05} = 1.267$ $\%ES_{0.01} = 2.151$ $ES_{0.05} = 718325*$ $ES_{0.01} = 883.632*$
پرتفوی شرکت B	ARMA(1,1)-GARCH(1,1)-EVT	$\%VaR_{0.05} = 0.71$ $\%VaR_{0.01} = 1.02$ $VaR_{0.05} = 508356*$ $VaR_{0.01} = 639405*$	$\%ES_{0.05} = 0.899$ $\%ES_{0.01} = 1.199$ $ES_{0.05} = 593024$ $ES_{0.01} = 698504$

برآورد VaR و ES یک روزه در سطح خطای 5 و یک درصد

* ارزش روز پرتفوی مورد نظر به صورت فرضی در نظر گرفته شده است.

پیش‌بینی VaR یک روزه

برای داده شاخص کل مقدار ارزش این شاخص در تاریخ 20/01/2021 برابر 1183978.2 واحد می‌باشد که با در نظر گرفتن به عنوان V_0 در فرمول بالا می‌توان VaR را برای یک روز بعد پیش‌بینی کرد. همانطور که ملاحظه می‌کنید میزان زیان شاخص کل در سطح اطمینان 95 درصد، برابر 33842 واحد است و برای سطح اطمینان 99 درصد برابر 59994 واحد است که این پیش بینی براساس مدل ترکیبی ARMA(1,2)-GARCH(1,1)-EVT به دست آمده است. ارزش شاخص کل هموزن در تاریخ 20/01/2021 را برابر 433130.90 در نظر میگیریم.

برای پرتفوی دو شرکت A و B فرض می‌کنیم که ارزش این دو مجموعه داده به عنوان مثال برابر یک میلیون تومان باشد.

نتیجه گیری

در این طرح نحوه مدل‌سازی نوسانات، انتخاب مدل بهینه در برآورد ارزش در معرض ریسک و در نهایت پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک مورد توجه قرار گرفته است. نتایج حاکی از آن است که روش ترکیبی نظریه مقدار فرین و روش شبیه‌سازی تاریخی موزون ترکیب شده با GARCH یا EWMA عملکرد خوبی دارند. به نظر می‌رسد که میزان زیان شاخص کل و شاخص هموزن مقادیر زیادی نباشد از آنجایی که شاخص کل تشکیل شده از تمامی نمادهای بازار است لذا انتظار نمی‌رود که چنین وضعیتی برای پرتفوی ما نیز برقرار باشد زیرا پرتفوی ما دربرگیرنده تمامی نمادهای بازار نیست البته می‌توان با انتخاب درست تنوع پرتفوی در وضعیت مناسب شاخص کل قرار گرفت. میزان زیان یک روز بعد پرتفوی دو شرکت بیمه نسبتا زیاد است و این امر ممکن است به خاطر عدم در نظر گرفتن پرتفوی بهینه و یا شرایط بد اقتصادی موجود در کشور باشد. لذا پیشنهاد می‌گردد استراتژی صحیحی برای انتخاب پرتفوی بهینه برای سرمایه‌گذاری اتخاذ شود تا زیان را به حداقل برسانیم.

نتیجه گیری

در تحلیل ارزش در معرض ریسک دارایی هایی که چندین عامل ریسک را دارا می‌باشد بهتر است از روش های چند متغیره استفاده شود که شامل در نظر گرفتن ارتباطات میان دارایی‌های موجود در پرتفوی و وزن هر یک از دارایی‌ها می‌باشد. در واقع این روش‌ها با در نظر گرفتن ساختار وابستگی بین عوامل ریسک می‌توان برآورد دقیق‌تری از VaR را بدست آورد. در تحلیل چند متغیره نیز می‌توان از مدل های مختلف GARCH چند متغیره و یا نظریه مقدار فرین چند متغیره برای مدل‌سازی بردار عوامل ریسک استفاده کرد.

با سپاس از شما